

# Kapitel 9: Unsicherheit und Vagheit

## Quellen:

- Die Folien zu Certainty Factors stammen vorwiegend von Dr. Knut Hinkelmann, FH Solothurn, CH
- Die Folien zur Fuzzy-Logik fassen folgendes Tutorial der Uni Linz, Österreich, zusammen: <http://www.fill.uni-linz.ac.at/pdw/fuzzy/index.html> (Autoren Peter Bauer, Stephan Nouak, Roman Winkler )
- Socher-Ambrosius / Heinsohn geben eine nette Einführung in Fuzzy-Logik, Bayes-Theorie, Sicherheitsfaktoren, etc.
- M.M. Richter: Prinzipien der Künstlichen Intelligenz. Teubner-Verlag, Stuttgart. Gibt einen umfassenden Einblick in existierende Ansätze zur Verarbeitung von Unsicherheit & Vagheit.

## Arten von Unsicherheit & Vagheit

### Subjektive Unschärfe

- Vagheit
  - Fuzzy-Logik
  - grobe Mengen
- Meinung
  - epistemische Logik

Gerade bei mathematisch fundierten Modellen muß man beachten, ob die theoretischen (zB Unabhängigkeitsannahmen) und praktischen Voraussetzungen (zB relative Häufigkeiten als Schätzung für bedingte Häufigkeiten) jeweils gegeben sind .

### Objektive Unsicherheit

- Unwissenheit
  - gewisse Fakten nicht bekannt
    - Default-Reasoning
  - Häufigkeitsverteilung der möglichen Werte kann bekannt sein
    - Stochastik, z.B. Bayes-Theorem
  - Häufigkeitsverteilung kann auch unbekannt sein
    - **Sicherheitsfaktoren**
    - Evidenztheorie
- Ungenauigkeit, z.B. Meßungenauigkeiten
  - Intervallarithmetik
  - Qualitative Abstraktion
  - Fuzzy-Logik

## Theorem von Bayes

... Kommt noch ...



Andreas Abecker



Mosbach, Sommersemester 2000

Deutsches Forschungszentrum für Künstliche Intelligenz GmbH

## Certainty Factors

Thanks to Dr. Knut Hinkelmann



Vgl. das Buch von Jackson



Andreas Abecker



Mosbach, Sommersemester 2000

Deutsches Forschungszentrum für Künstliche Intelligenz GmbH

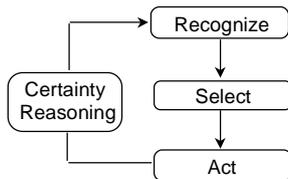
## Beispiel: MYCIN [XPS zur Diagnose bakterieller Infektionskrankheiten] - zur Entstehung der Sicherheitsfaktoren

- IF** (1) the infection is primary\_bacteria, and  
(2) the site of the culture is one of the sterile sites, and  
(3) the suspected portal of entry is the gastrointestinal tract
- THEN** there is a suggestive evidence (0.7)  
that the entity of the organism is bacteroides

## Grundlagen der quantitative Repräsentation von Unsicherheit in der Certainty Theorie von MYCIN

- MYCIN ist ein regelbasiertes Expertensystem, das Therapien für Patienten mit bakteriellen Infektionskrankheiten vorschlägt
- MYCIN verwendet eine zielorientierte Strategie (Rückwärtsverkettung)
- In MYCIN ist jeder Regel ein Sicherheitsfaktor zugeordnet
- Jedem Eintrag im Working Memory ist ein Sicherheitsfaktor (certainty factor) zugeordnet, der sich aus zwei Werten zwischen 0 und 1 berechnet
  - MB: measure of belief
  - MD: measure of disbelief
- Der Sicherheitsfaktor (certainty factor - CF) eines Elements h errechnet sich aus MB und MD:
$$CF[h] = MB[h] - MD[h]$$
- CF ist positiv, falls mehr Evidenz für eine Hypothese spricht, ansonsten ist CF negativ.
  - $CF[h] = 1$  bedeutet, daß h sicher wahr ist,
  - $CF[h] = -1$  bedeutet, daß h sicher falsch ist.

## Anwendung einer Regel mit Certainty Factors



- Die Anwendung einer Regel mit Certainty Factors entspricht dem üblichen Recognize-Select-Act-Zyklus mit folgenden Ergänzungen:
- Für eine anzuwendende Regel muß der Certainty Factor der Konklusion (Aktionsteil) berechnet werden: Sei

$$R = \text{Wenn } B \text{ dann } K \text{ mit Sicherheitsfaktor } CF$$

eine Regel, dann sind folgende Berechnungen durchzuführen:

- Berechne den Certainty Factor  $CF(B)$  der Bedingung  $B$
- Berechne den Certainty Factor  $CF(R,B)$  der Regelinstanz aus  $CF(B)$  und  $CF$
- Berechne den Certainty Factor  $CF(K/B)$  der Konklusion  $K$  aus  $CF(R,B)$  und dem bereits bekannten Certainty Factor von  $CF(K)$ , falls  $K$  bereits im Working Memory enthalten ist.

## Berechnung des Sicherheitsfaktors einer Regelinstanz

- Sei  $R = \text{Wenn } B \text{ dann } K \text{ mit Sicherheitsfaktor } CF$  eine Regel.
- Besteht der Bedingungsteil nur aus einem Ausdruck, dann ist der Sicherheitsfaktor  $CF(B)$  des Bedingungsteil gleich dem Sicherheitsfaktor des die Bedingung erfüllenden Elements.
- Ist der Bedingungsteil  $B$  der Regel ein komplexer Ausdruck aus Konjunktion, Disjunktion und Negation, dann berechnet sich der Sicherheitswert  $CF(B)$  der Bedingung nach folgenden Regeln.
  - Konjunktion:  $CF(e1 \ \& \ e2) = \min[CF(e1), CF(e2)]$
  - Disjunktion:  $CF(e1 \ \vee \ e2) = \max[CF(e1), CF(e2)]$
  - Negation:  $CF(\neg e) = 1 - CF(e)$
- Sei  $CF(B)$  der Sicherheitswert der Bedingung, dann berechnet sich der Sicherheitswert  $CF(R,B)$  der Regelinstanz wie folgt:
  - Falls  $CF(B) \leq 0$ , dann ist die Regel nicht anwendbar
  - Falls  $CF(B) > 0$ , dann gilt  $CF(R,B) = CF(B) * CF$

## Berechnung von Sicherheitsfaktoren abgeleiteter Fakten

- Sei  $R = \text{Wenn } B \text{ dann } K \text{ mit Sicherheitsfaktor } CF$  eine Regel
- Sei  $CF(B)$  der Sicherheitsfaktor des Bedingungsteils und  $CF(R,B)$  der Sicherheitsfaktor der Regelinstanz.
- Ist  $K$  bereits im Working Memory mit Sicherheitswert  $CF(K)$ , dann errechnet sich der neue Sicherheitswert  $CF(K/B)$  wie folgt:
  - Seien  $CF(K)$  und  $CF$  beide positiv, dann gilt:  
 $CF(K/B) = CF(K) + CF(R,B) * (1 - CF(K))$
  - Seien  $CF(K)$  und  $CF$  beide negativ, dann gilt:  
 $CF(K/B) = CF(K) + CF(R,B) * (1 + CF(K))$
  - Ansonsten gilt:

$$CF(K/B) = \frac{CF(K) + CF(R,B)}{1 - \min[CF(K), CF(R,B)]}$$

- Aus den Formeln ergibt sich, daß  $CF(K/B) = CF(R,B)$ , falls keine Aussage über  $K$  im Working Memory steht, d.h.  $CF(K) = 0$

## Beispiel für Certainty Factors

### Production Memory:

- $R_1: (\forall x) \text{ husten}(x) \rightarrow \text{erkaeltet}(x) \text{ mit } CF = 0.8$
- $R_2: (\forall x) \text{ schnupfen}(x) \rightarrow \text{erkaeltet}(x) \text{ mit } CF = 0.5$
- $R_3: (\forall x) \text{ erkaeltet}(x) \ \& \ \text{ fieber}(x) \rightarrow \text{grippe}(x) \text{ mit } CF = 0.8$

### Working Memory:

- $F_1: \text{husten}(\text{peter}) \text{ mit } CF = 1$
  - $F_2: \text{schnupfen}(\text{peter}) \text{ mit } CF = 1$
  - $F_3: \text{ fieber}(\text{peter}) \text{ mit } CF = 1$
- $\text{erkaeltet}(\text{peter})$  und  $\text{grippe}(\text{peter})$  haben jeweils den  $CF = 0$ , da keine Information dazu im Working Memory

- Aus  $R_1: CF(\text{erkaeltet}(\text{peter}) / \text{husten}(\text{peter})) = 0 + [0.8 * [1-0]] = 0.8$   
d.h.  $CF(\text{erkaeltet}(\text{peter}))$  ist nun 0.8
- Aus  $R_2: CF(\text{erkaeltet}(\text{peter}) / \text{ schnupfen}(\text{peter})) = 0.8 + [0.5 * [1-0.8]] = 0.9$   
d.h.  $CF(\text{erkaeltet}(\text{peter}))$  ist nun 0.9
- $CF(\text{erkaeltet}(\text{peter}) \ \& \ \text{ fieber}(\text{peter})) = \min[0.9, 1] = 0.9$   
d.h. der CF der Regelinstanz für  $R_3$  ist  $0.8 * 0.9 = 0.72$
- Aus  $R_3: CF(\text{grippe}(\text{peter}) / \text{erkaeltet}(\text{peter}) \ \& \ \text{ fieber}(\text{peter})) = 0 + [0.72 * [1-0]] = 0.72$   
d.h. der revidierte  $CF(\text{grippe}(\text{peter}))$  ist 0.72

## Fuzzy Logic & Fuzzy Control

Thanks to FLL Linz-Hagenberg



Andreas Abecker



Mosbach, Sommersemester 2000

Deutsches Forschungszentrum für Künstliche Intelligenz GmbH

## Ziel und Ursprung der Fuzzy Logic

- Fuzzy Logic ist im Kern eine mehrwertige Logik, die es erlaubt, Zwischenwerte zwischen konventionellen Bewertungen wie „wahr/falsch“, „ja/nein“, „schwarz/weiß“ zu definieren.
- Sie erlaubt es, Begrifflichkeiten wie „ziemlich warm“ oder „etwas kühl“ mathematisch zu formulieren und mit Rechnern zu verarbeiten.
- Auf diese Weise soll die Symbolverarbeitung des Computers der des Menschen ähnlicher werden.
- Fuzzy Logic wurde 1965 von Lotfi A. Zadeh (University of California, Berkeley) eingeführt.



Andreas Abecker

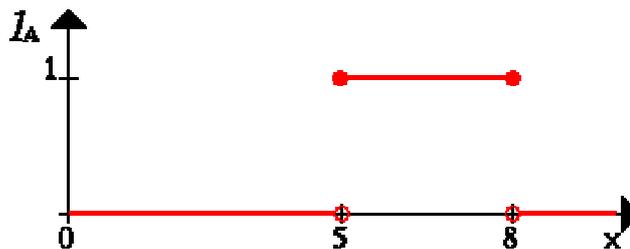


Nach: Uni Linz  
Mosbach, Sommersemester 2000

Deutsches Forschungszentrum für Künstliche Intelligenz GmbH

## Klassische Mathematik: „crisp sets“

- Sei unser Universum  $X$  die Menge aller reellen Zahlen zwischen 0 und 10.
- Betrachte eine Teilmenge  $A$  von  $X$ , die Menge aller reellen Zahlen zwischen 5 und 8;  $A = [5,8]$
- Die Menge  $A$  kann durch ihre charakteristische Funktion beschrieben werden:

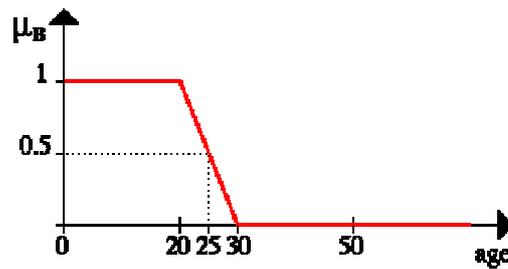


## Noch 'n Beispiel: $B = \{\text{die Menge aller jungen Leute}\}$

- $B = [0,20]$  ???
- ABER: warum ist jemand an seinem 20 Geburtstag noch jung und genau einen Tag später überhaupt nicht mehr?
- Die Grenze zu verschieben verschiebt nur das Problem: strukturelles Problem der Modellierung mit harten Intervallen
- Natürlicherer Weg: „weiche“ die strenge Trennung zwischen „jung“ und „nicht mehr jung“ auf.
- Ansatz:
  - Erlaube nicht mehr nur die harte Aussage „JA! Er/sie ist in der Menge der jungen Leute enthalten.“ oder „NEIN! Er/sie ist nicht in der Menge enthalten.“
  - Stattdessen auch Aussagen wie „Na ja, er/sie gehört ein wenig mehr zur Menge der jungen Leute.“ oder „Nein, er/sie gehört fast gar nicht mehr dazu.“

## Fuzzy Membership durch allgemeinere charakteristische Funktionen

- Statt 0 und 1 erlauben wir beliebige reelle Zahlen im Intervall von 0 bis 1 als Werte der charakteristischen Funktion einer Menge  $[0, 1]$ .
- Wir interpretieren 1 als „Element von B“ und 0 als „kein Element von B“. Alle anderen Werte bezeichnen eine graduelle Mitgliedschaft in der Menge B.
- Im Beispiel:



Wie definiert man Mengenoperationen auf Fuzzy Sets?



Andreas Abecker

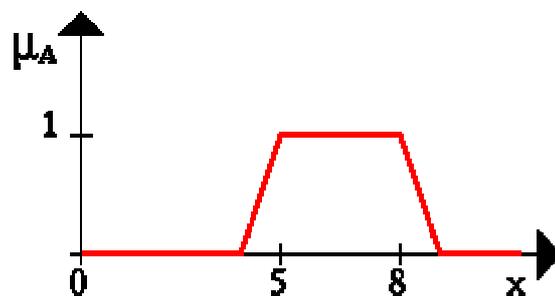


Mosbach, Sommersemester 2000

Deutsches Forschungszentrum für Künstliche Intelligenz GmbH

## Beispiel: Charakteristische Funktion der Menge A

„etwa zwischen 5 und 8“



Andreas Abecker

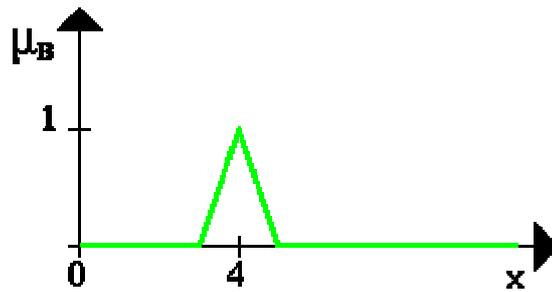


Mosbach, Sommersemester 2000

Deutsches Forschungszentrum für Künstliche Intelligenz GmbH

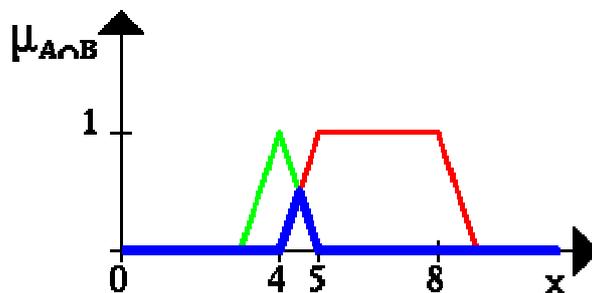
## Beispiel: Fuzzy Membership Function der Menge B

„ungefähr 4“



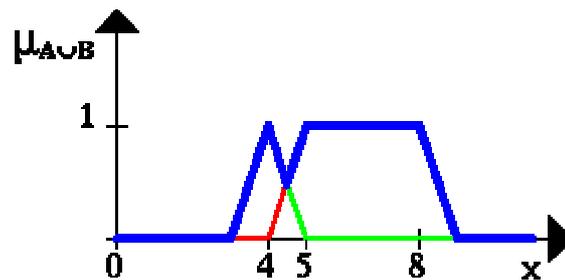
## Durchschnitt zweier Fuzzy Sets: Minimumbildung der Fuzzy Funktionen

„(etwa zwischen 5 und 8) UND (ungefähr 4)“



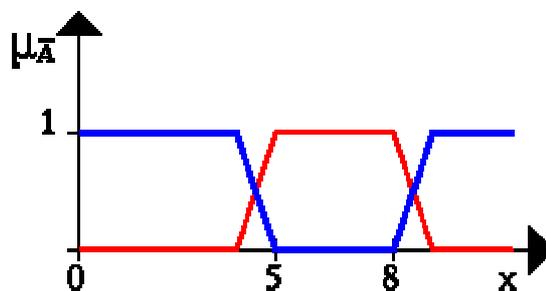
## Vereinigung zweier Fuzzy Sets: Maximumbildung der Fuzzy Funktionen

„(etwa zwischen 5 und 8) ODER (ungefähr 4)“



## Inverse einer Fuzzy-Menge: (1 - fuzzy membership value)

„NICHT (etwa zwischen 5 und 8)“



Und was kann man jetzt damit machen?

## Fuzzy Control

- Fuzzy Controller sind die wichtigste Anwendung der Fuzzy Theorie.
- Anstelle von Differentialgleichungen benutzen sie Expertenwissen zur Prozeßsteuerung.
- Zur Formulierung dieses Expertenwissens benutzt man **Linguistische Variablen**, beschrieben als Fuzzy Sets.

Beispiel: Stabbalance (inverses Pendel):

Ein Stab steht senkrecht auf der Ladfläche eines kleinen Wagens, der sich nur nach links und rechts bewegen darf. Der Wagen ist so zu bewegen, daß der Stab nicht umkippt.

## Natürlichsprachliche Beschreibung von Expertenregeln

Relevante Größen zur Beschreibung des Steuerverhaltens:

- Winkel zwischen Stab und Ladefläche
- Winkelgeschwindigkeit des Stabes beim Umkippen
- Geschwindigkeit des Wagens nach links bzw rechts

Beispielregeln zur Kontrolle des Experiments:

- „Wenn der Stab aufrecht steht (Winkel gleich 0) und sich gar nicht bewegt (Winkelgeschwindigkeit gleich 0), dann muß ich offensichtlich nichts tun.“
- Wenn der Stab in aufrechter Position ist, sich aber mit geringer Geschwindigkeit in eine bestimmte Richtung bewegt, dann sollte ich den Wagen ebenfalls mit geringer Geschwindigkeit in dieselbe Richtung bewegen.“

## Formalisierung der Vorgehensweise

- Zuerst einmal definieren wir für die linguistischen Werte der drei betroffenen Variablen die Wertebereiche:  
negative high, negative low, zero, positive low, positive high
- Die obigen Regeln werden dann zu einfachen Produktionen:  
If angle is zero and angular velocity is zero then speed shall be zero.  
If angle is zero and angular velocity is pos. low then speed shall be positive low.
- Zur Vereinfachung nehmen wir an, daß zu Beginn der Stab in nahezu senkrechter Position ist, so daß ein größerer Auslenkwinkel als etwa 45 Grad per Definition niemals auftauchen kann.

## Alle anwendbaren Regeln

Winkel zwischen Stab und Wagen

	NH	NL	Z	PL	PH
NH			NH		
NL			NL	Z	
Z	NH	NL	Z	PL	PH
PL		Z	PL		
PH			PH		

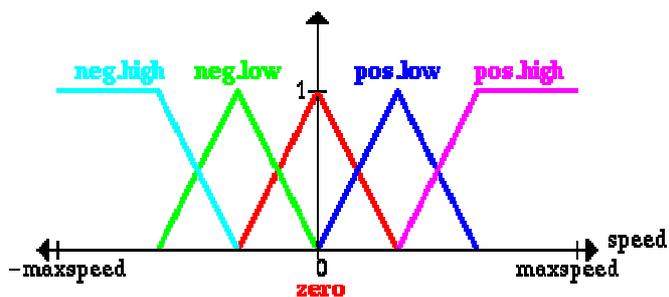
Winkelgeschwindigkeit des Stabes

Abkürzungen:  
 NH: negative high  
 NL: negative low  
 Z: zero  
 PL: positive low  
 PH: positive high

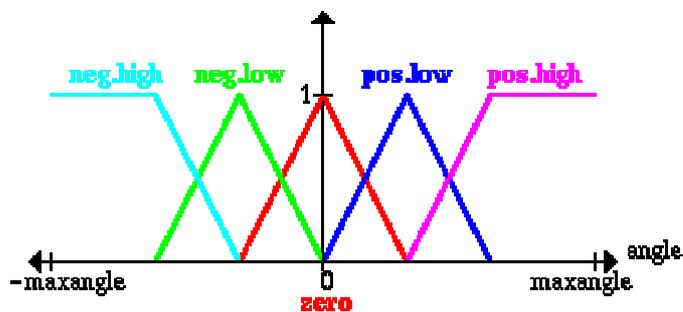
Reaktion: Wagen-  
geschwindigkeit

## Fuzzy Sets für die Geschwindigkeit des Wagens

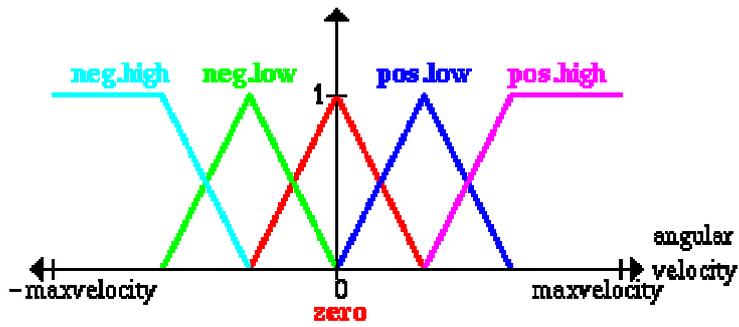
negative high (cyan)  
negative low (green)  
zero (red)  
positive low (blue)  
positive high (magenta)



## Fuzzy Sets für den Winkel zwischen Ladefläche und Stab



## Fuzzy Sets für die Winkelgeschwindigkeit des Stabes



Wie interpretiere ich nun einen konkreten aktuellen Wert für die Winkelgeschwindigkeit in der Fuzzy-Welt?



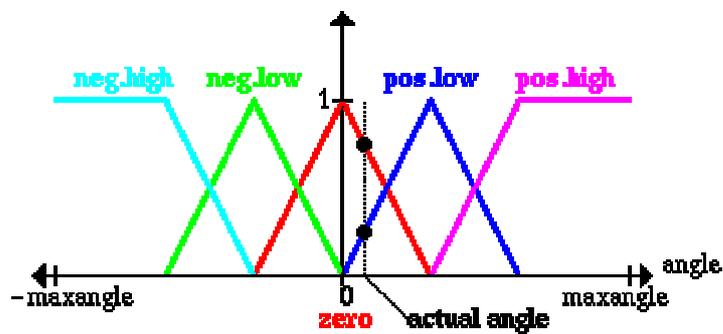
Andreas Abecker



Mosbach, Sommersemester 2000

Deutsches Forschungszentrum für Künstliche Intelligenz GmbH

## Regelanwendung für einen konkreten Winkelwert



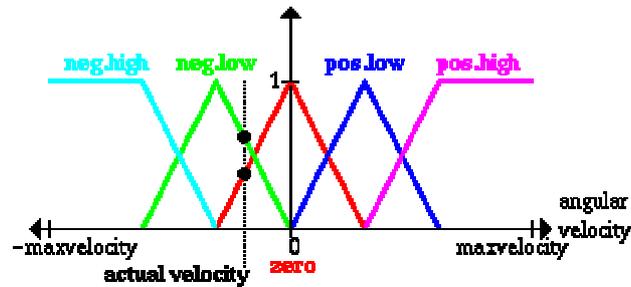
Andreas Abecker



Mosbach, Sommersemester 2000

Deutsches Forschungszentrum für Künstliche Intelligenz GmbH

## Ein konkreter Wert für die Winkelgeschwindigkeit



Wie werden jetzt komplexe Regelprämissen (mit mehreren konjunktiv verknüpften Vorbedingungen) interpretiert?



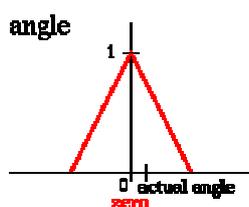
Andreas Abecker



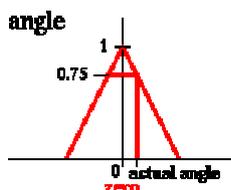
Mosbach, Sommersemester 2000

## Regelanwendung (1/4)

If angle is zero and angular velocity is zero then speed is zero



This is the linguistic variable "angle" where we zoom in on the fuzzy set "zero" and the actual angle.



We realize that our actual value belongs to the fuzzy set "zero" to a degree of 0.75.



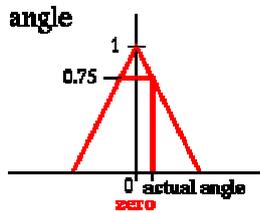
Andreas Abecker



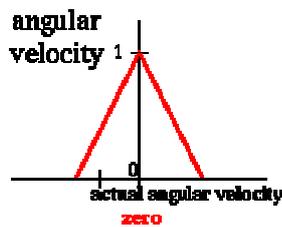
Mosbach, Sommersemester 2000

### Regelanwendung (2/4)

If angle is zero and angular velocity is zero then speed is zero



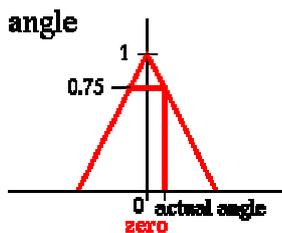
We realize that our actual value belongs to the fuzzy set "zero" to a degree of 0.75.



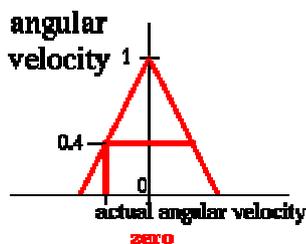
This is the linguistic variable "angular velocity" where we zoom in on the fuzzy set "zero" and the actual angular velocity.

### Regelanwendung (3/4)

If angle is zero and angular velocity is zero then speed is zero



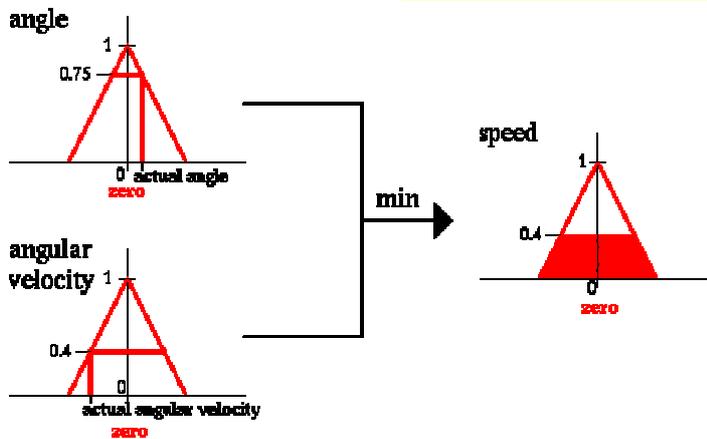
We realize that our actual value belongs to the fuzzy set "zero" to a degree of 0.75.



We realize that our actual value belongs to the fuzzy set "zero" to a degree of 0.4.

## Regelanwendung (4/4)

If angle is zero and angular velocity is zero then speed is zero



Since the two parts of the condition of our rule are connected by an AND we calculate  $\min(0.75, 0.4) = 0.4$  and cut the fuzzy set "zero" of the variable "speed" at this level (according to our rule).



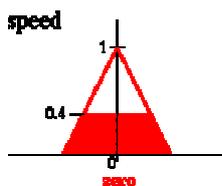
Andreas Abecker



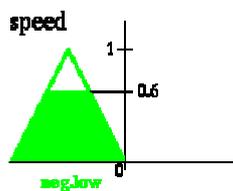
Mosbach, Sommersemester 2000

Deutsches Forschungszentrum für Künstliche Intelligenz GmbH

## Als nächstes müssen die Ergebnisbeiträge aller feuern den Regeln (vier) zusammengefaßt werden



If angle is zero and angular velocity is zero then speed is zero



If angle is zero and angular velocity is negative low then speed is zero



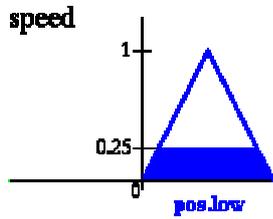
Andreas Abecker



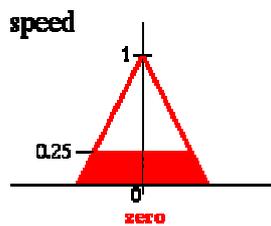
Mosbach, Sommersemester 2000

Deutsches Forschungszentrum für Künstliche Intelligenz GmbH

## Ergebniskombination (2/3)

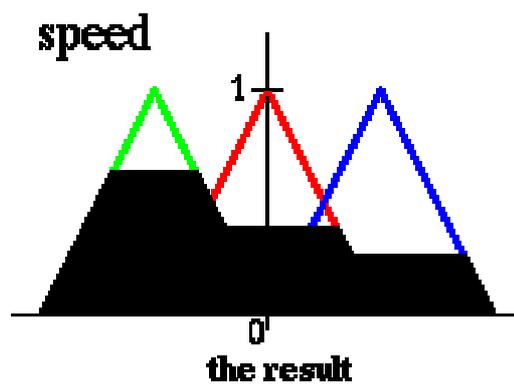


If angle is positive low and angular velocity is zero then speed is positive low



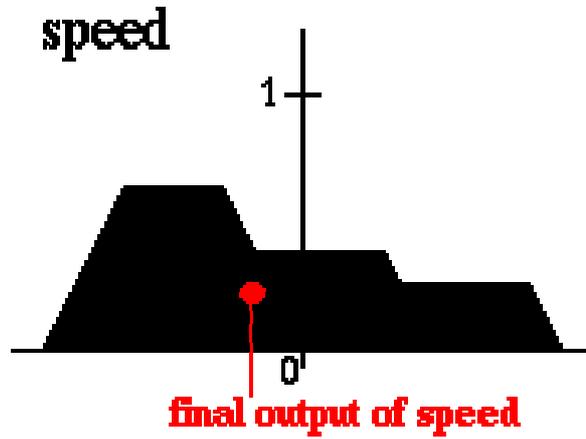
If angle is positive low and angular velocity is negative low then speed is zero

## Ergebniskombination (3/3)

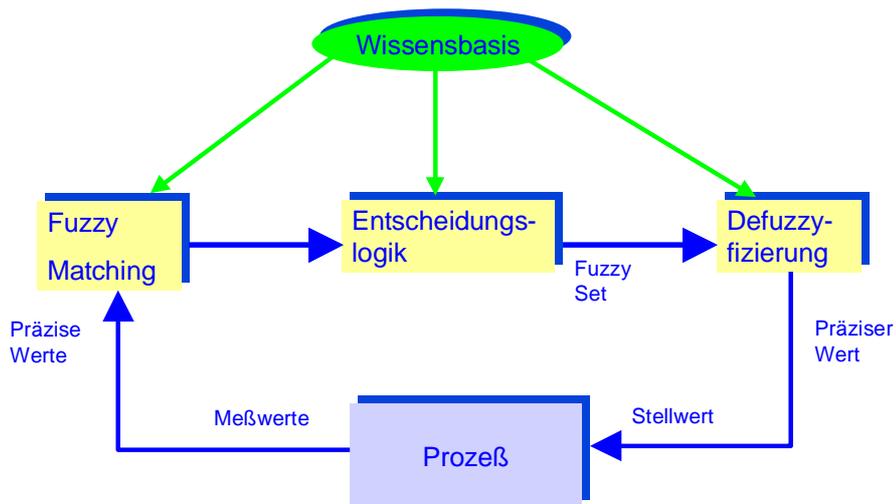


Wie kommt man nun von dieser Fuzzy-Menge zur Ergebnisbeschreibung zu einer konkreten quantitativen Handlungsanweisung?

## Defuzzification: eine Standardmethode betrachtet den Schwerpunkt der Form der Fuzzy Membership Function



## Nochmal die Fuzzy Control im Überblick



## Zur Verwendung der Fuzzy Logic

Fuzzy Control ist empfehlenswert ...

- Für sehr komplexe Prozesse, wo kein mathematisches Modell existiert
- Für hochgradig nichtlineare Prozesse
- Wenn man sprachlich formuliertes Expertenwissen verarbeiten muß

Die Verwendung von Fuzzy Control mag eine schlechte Idee sein, wenn ...

- die konventionelle Kontrolltheorie bereits zufriedenstellende Ergebnisse liefert
- ein leicht lösbares mathematisches Modell bereits existiert
- das Problem nicht lösbar ist

## Einige Anwendungen der Fuzzy Logic

- Automatic control of dam gates for hydroelectric-powerplants (Tokio Electric Pow.)
- Preventing unwanted temperature fluctuations in air-conditioning systems (Mitsubishi, Sharp)
- Efficient and stable control of car-engines (Nissan)
- Positioning of wafer-steppers in the production of semiconductors (Canon)
- Optimized planning of bus time-tables (Toshiba, Nippon-System, Keihan-Express)
- Archiving system for documents (Mitsubishi Elec.)
- Prediction system for early recognition of earthquake's (Inst. of Seismology Bureau of Metrology, Japan)
- Medicine technology: cancer diagnosis (Kawasaki Medical School)
- Recognition of handwritten symbols with pocket computers (Sony)
- Automatic motor-control for vacuum cleaners with recognition of surface condition and degree of soiling (Matsushita)
- Back light control for camcorders (Sanyo)
- Compensation against vibrations in camcorders (Matsushita)
- Single button control for washing-machines (Matsushita, Hitachi)
- Recognition of handwriting, objects, voice (CSK, Hitachi, Hosai Univ., Ricoh)
- Flight aid for helicopters (Sugeno)
- Controlling of machinery speed and temperature for steel-works (Kawasaki Steel, New-Nippon Steel, NKK)
- Controlling of subway systems in order to improve driving comfort, precision of halting and power economy (Hitachi)
- Improved fuel-consumption for automobiles (NOK, Nippon Denki Tools)
- Improved sensitiveness and efficiency for elevator control (Fujitec, Hitachi, Toshiba)
- Improved safety for nuklear reactors (Hitachi, Bernard, Nuclear Fuel div.)